



CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE ESTUDIOS AVANZADOS DEL I. P. N.
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

“2023: Año de Francisco Villa, el revolucionario del pueblo”

Examen de admisión

2 de junio de 2023

(3 horas)

Se califica con base en la calidad de la justificación de las respuestas.

1. Considere el espacio vectorial V compuesto por todos los polinómios con coeficientes reales y grado menor o igual a 23. ¿Es el operador $p \mapsto q$ lineal y bien definido en V , con

$$q(t) = \int_1^t p(s) ds,$$

y $p \in V$, $q \in V$?

2. Sea A una matriz real de 4×4 tal que $-1, 1, -2, 2$ son sus eigenvalores. Sea $B = A^4 - 5A^2 + 5I$. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones son necesariamente válida(s)?

a) $\det(A + B) = 0$;

b) $\det(B) = 1$;

c) $\text{tr}(A + B) = 1$;

d) $\text{tr}(A - B) = 0$;

3. Sea V un espacio vectorial real de dimensión finita y sea P una transformación lineal de V en V tal que $P^2 = P$. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones debe(n) ser cierta(s) para P ?

I. es invertible.

II. es diagonalizable.

III. es la transformación identidad o es la transformación cero.

4. Demostrar que $\sqrt{3}$ no es un número racional.
5. Encontrar la función y que resuelve la ecuación diferencial

$$dy(x)/dx = y(x - \pi)/2,$$

y tal que $y(0) > 0$.

6. Sea g la función dada por $g(x) = e^{2x+1}$ para todo real x . Calcular

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(g(x)) - g(e)}{x}.$$

7. Para qué valor positivo de c tiene la ecuación $\log x = cx^4$ una única solución en la variable $x > 0$?

Av. Instituto Politécnico Nacional No. 2508 Col. San Pedro Zacatenco. C. P. 07360.

Alcaldía Gustavo A. Madero, CDMX. Tel: 55 5747 3846