El arte de comprender el corazón de las máquinas

Feliú D. Sagols Troncoso

Describir el “corazón de las máquinas” es más bien paradójico y a fin de cuentas un juego de palabras. Por un lado, una forma de decir que cierta persona es insensible es usando frases como “esa persona no tiene corazón” o “esa persona es una máquina”, así que parece contradictorio que una máquina pueda tener un corazón. Por otro lado, la palabra “corazón” se usa también para resaltar la parte central o la esencia de algo; por ejemplo, cuando decimos “el corazón de la jungla” nos referimos a la parte más interna o esencial de la selva. Así, la frase “comprender el corazón de las máquinas” podría escribirse de manera sinónima como “entender la esencia de las máquinas”, siendo éste el tema central del artículo, mismo que derivó de una plática dentro del ciclo de conferencias en el Colegio Nacional en el año 2003 y cuyo objetivo era presentar a neófitos interesados el tema de una de las áreas matemáticas más complejas e interesantes de los tiempos modernos: la teoría de la computación.

Ya entrando en la materia que propiamente nos ocupa, uno pensaría en principio que para cualquier problema imaginable siempre es posible construir una máquina que lo resuelva. En realidad el ser humano ha sido tremendamente afortunado con la construcción de algunas máquinas que ciertamente resuelven problemas esenciales, pero en realidad no todo problema puede ser resuelto usando una máquina. Bueno, para empezar ni siquiera resulta claro qué es una máquina, lo más que se conoce es el modelo básico de la Máquina de Türing, que actualmente se acepta como el dispositivo universal de cómputo y es el modelo más general de máquina que el hombre haya podido imaginar, sin embargo nadie sabe si este modelo pueda ser ampliado. El problema es mucho más complicado porque en realidad pareciera que ni siquiera se ha podido desarrollar la matemática básica necesaria para poder intentar extender este modelo.

Intentemos pues “comprender el corazón de las máquinas”

Antes de pretender entender la esencia de algo, necesitamos tener una idea general e intuitiva sobre ese algo. En nuestro caso tratemos de ganar alguna intuición sobre lo que es y lo que no es una máquina.

Si a un grupo de personas elegidas al azar les preguntamos ¿qué es una máquina? La respuesta tendría una variación increíble porque cada persona tiene una idea propia al respecto. Cualquier aparato con un gran número de palancas, tornillos, botones, manijas, estructuras de acero resplandecientes y cosas por el estilo fácilmente sería identificado como una máquina. En la figura 1 aparece una máquina diseñada en 1959 para predecir el tiempo en Brasil.

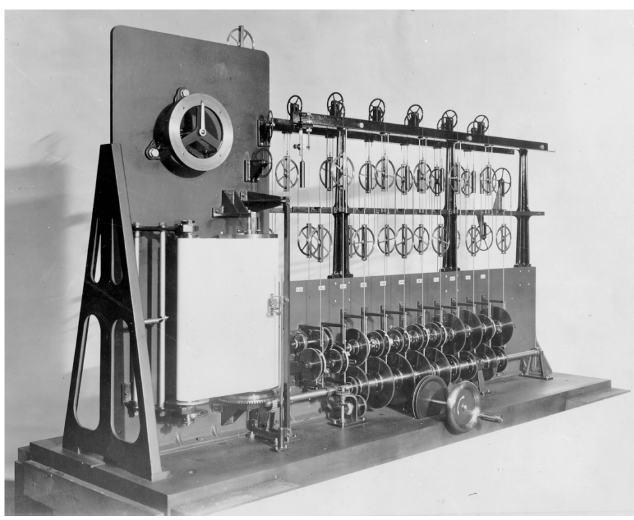

Figura 1. Maquina para predecir el clima.

Otras personas pensarán que las máquinas son cosas que tienen muchos cables, dispositivos electrónicos, resistencias, condensadores y elementos similares. Todos ellos interconectados por telarañas sobre circuitos impresos, figura 2.

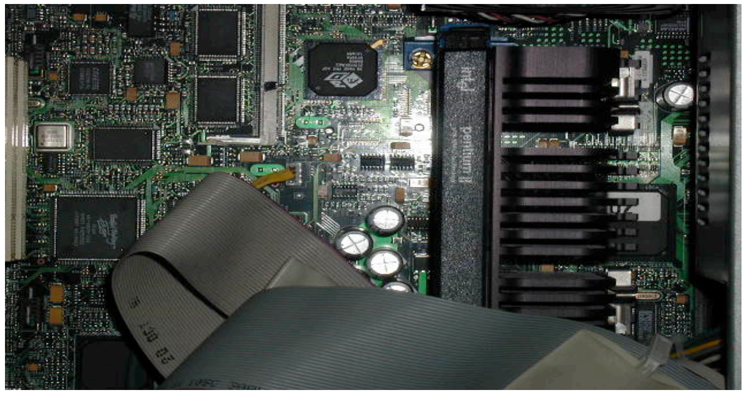

Figura 2. Circuitos impresos.

Habrá quienes no quieran entrar en tantas complicaciones. Verán a las máquinas simplemente como cajas con elementos para interactuar. Cuando activan un control la máquina produce una respuesta. En esta categoría caen las computadoras, las licuadoras, los ventiladores, etc., figura 3.

Figura 3. Maquinas como cajas con elementos para interactuar.

Otras personas se imaginarán algo con un motor, válvulas, rotores, bandas para transmitir movimiento, etc., figura 4.

Figura 4. Maquinas como dispositivos mecánicos.

Pero todos estarán de acuerdo que un ser vivo NO es una máquina. Las máquinas son cosas hechas por el hombre, un ser vivo tal como un tigre no es una máquina y en principio el hombre no sabe construirlo, sin embargo ¿puede el hombre construir una máquina capaz de engañar al grado de que creamos que es realmente un tigre? ¿Podría tal máquina engañar a un tigre de verdad? ¿Por qué es importante pensar en esto? Bueno, sucede que las máquinas que ha construido el hombre sirven para realizar tareas repetitivas y/o sistemáticas, pero hasta ahora no ha sabido desarrollar máquinas que exhiban comportamientos caóticos como los de los animales, ésta es la frontera, tal vez no se haya traspasaso por que a nadie se le ha ocurrido cómo o puede ser que no se pueda traspasar.

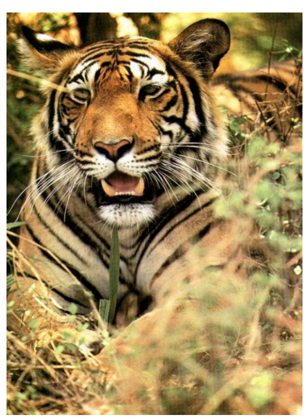

Figura 5. Un ser vivo NO es una máquina.

El propósito de lo que hemos visto es entender que el hombre intuye lo que es y lo que no es una máquina, pero la idea es tan variada y amplia que resulta muy difícil poder dar una definición precisa de este concepto.

Personalmente puedo decir que “no se qué es una máquina” y dudo que alguien pueda responderlo con precisión. Sin embargo, las matemáticas han abordado esta pregunta y han dado respuestas que para propósitos prácticos resulta útil.

En esta respuesta, los cables, motores, botones, componentes resplandecien-tes de acero, resistencias, condensadores y todas esas cosas que componen las máquinas no tienen nada que ver, porque en la matemática se buscan ideas aplicables en general y no a máquinas particulares, figura 6.

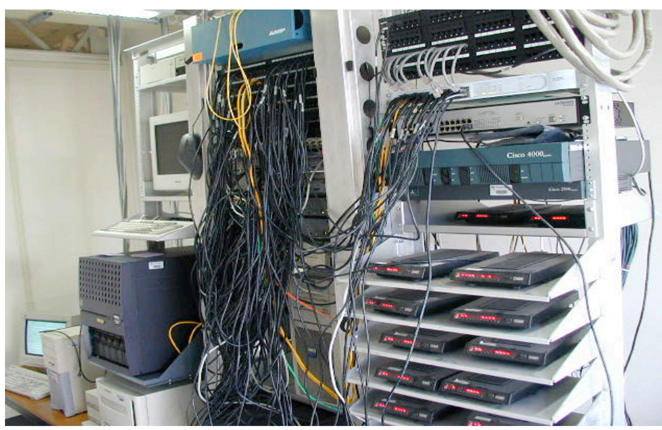

Figura 6. Desde un punto de vista matemático, la descripción de una máquina debe centrarse en su funcionalidad y no en los materiales y componentes que utiliza.

Para entender esto es conveniente acercarnos a la forma como trabajamos los matemáticos. En la figura 7 aparece el Dr. Isidoro Gitler, actual jefe del Departamento de Matemá-ticas del Cinvestav. Su actitud reflexiva revela que se en-cuentra descifrando algún misterio matemático. Observen las marcas de fatiga que a la vista saltan y que son el resultado de un trabajo extenuante.

Figura 7. El Dr. Isidoro Gitler .

A diferencias de otros colegas, los matemáticos no usamos grandes laboratorios ni herramientas que nos ayuden a hacer nuestro trabajo. Para hacer matemáticas sólo contamos con el poder de nuestra propia mente y es en ella donde debemos acomodar la representación abstracta de la realidad que pretendemos estudiar; ésta se expresa con símbolos y formas que la simplifican sin despojarla de su esencia. En resumen, debemos extraer el fondo de las cosas, poner esto en nuestra mente y una vez ahí dilucidar sus secretos más profundos.

Así, trataremos de encontrar un método para describir el comportamiento de las máquinas que cubra lo siguiente:

1. Debe poder representarse de una manera abstracta

2. Debe ser tan general como se pueda

3. Debe admitir un tratamiento lógico-formal riguroso

Esto nos obliga a entender la estructura lógica funcional de las máquinas independientemente de los mecanismos y materiales que las instrumentan.

Para entender estas ideas lo mejor es presentar un ejemplo concreto, para ello vamos a describir el comportamiento de *una máquina que vende refrescos enlatados*. Seguramente todos hemos usado una de estas máquinas alguna vez.

Las fotografías que aparecen en la figura 8 muestran la secuencia de uso de la máquina.

Su funcionamiento es realmente simple

1. La máquina acepta monedas de 0.50 c, \$1.00, \$2.00 y \$5.00.

2. Cada refresco cuesta \$6.00 y la máquina no da cambio. Si se le da más dinero que el necesario simplemente lo devuelve.

Figura 8. Funcionamiento de una maquina expendedora de refrescos.

Así, el funcionamiento de esta máquina puede ser modelado con el diagrama en la figura 9: En esta figura se muestra un diagrama que se conoce como “autómata finito” y sirve para describir el comportamiento de una máquina. El autómata de la figura 9 describe, el comportamiento de la máquina que vende refrescos. Esta compuesto por elipses y líneas con una flecha en alguno de sus extremos que indican la forma como se interconectan estas elipses.

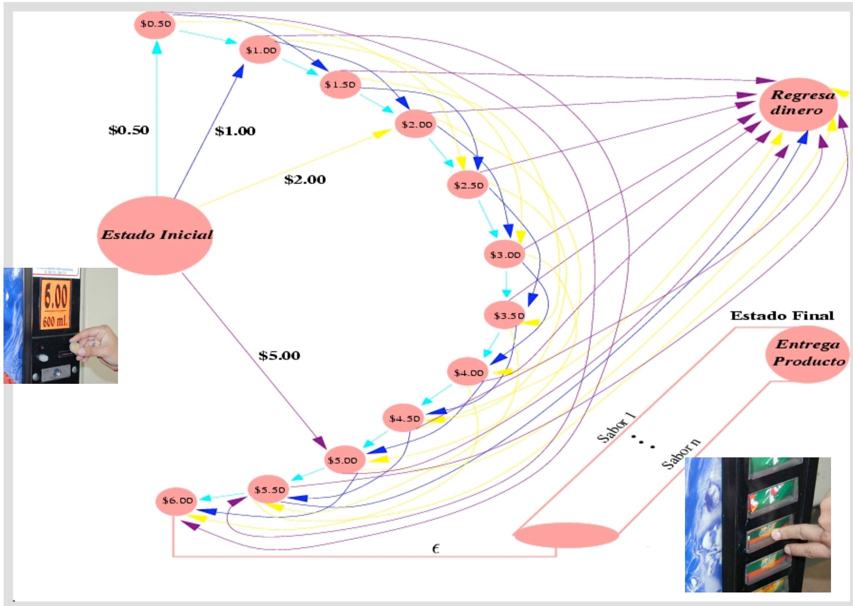

Figura 9. Diagrama que modela el funcionamiento de una maquina expendedora de refrescos.

Las elipses representan los *estados* posibles de la máquina. La máquina parte del *Estado Inicial,* cuando alguien deposita una moneda, digamos de $2.00, la máquina pasa al estado “tengo acumulados $2.00”, que en el diagrama se representa por medio de la elipse con la etiqueta “$2.00”. Conforme el comprador sigue depositando monedas la máquina transita por los estados que corresponde a las cantidades de dinero acumuladas. Las transiciones que se pueden hacer de un estado a otro se indican con aristas (líneas) que en un extremo tienen una flecha y que tienen además etiquetas con valores de monedas individuales; por ejemplo, partiendo del estado $2.50, con $0.50 se llega al estado $3.00, con $1.00 se llega al estado $3.50, con $2.00 se llega al estado $4.50 y con $5.00 se llega al estado con la etiqueta “Regresa dinero” que activa un mecanismo para devolverle su dinero al comprador porque se ha excedido el precio de venta que es de $6.00.

Hay un estado particularmente importante que es el que tiene la etiqueta $6.00, éste es el único estado donde se pueden presionar los botones para seleccionar el refresco.

Una vez que se presiona uno de estos botones la máquina entrega el refresco. Al terminar la máquina vuelve al “Estado Inicial”.

Ésta es la manera como en la *teoría de la computación* se describe a una máquina, de manera genérica, un diagrama como el que se ha utilizado se conoce como:

AUTOMATA FINITO DETERMINISTICO (AFD)

1. Se llama autómata porque sirve para describir sistemas automáticos.

2. Es finito porque tiene un número finito de estados.

3. Es determinístico porque en cada estado sólo hay una forma de ir a otro estado dependiendo de la entrada que llega. (Cuando hay más de una opción se dice que el autómata es *no determinístico*).

Desde un punto de vista estrictamente matemático, las máquinas son objetos que van transitando por estados y los autómatas finitos un formalismo matemático que las modelan. Ciertamente, ésta es una abstracción, mas si reflexionamos un poco veremos que es APLICABLE A TODAS LAS MÁQINAS.

Figura 10. Todas las maquinas se puede describir con estados y autómatas finitos.

Por ejemplo, cuando usamos una licuadora ésta inicial-mente debe encontrarse en un estado de inactividad (apagada y desconectada) luego, la llevamos a un estado en donde todos sus componentes quedan debidamente armados y conectados, luego a otro estado donde el vaso de depósito de alimentos está lleno con lo que se quiere moler, luego la llevamos a un estado donde el vaso se encuentra debidamente tapado y asegurado sobre la base. Después, la llevamos a un estado donde activamos el interruptor y seleccionamos la velocidad de operación para llevarla después a un estado donde ha terminado su operación y finalmente a otro estado donde desmontamos el vaso y servimos lo que se ha molido. Una vez completado el proceso la máquina vuelve a su estado inicial.

En todo este proceso es irrelevante lo que se tiene que hacer para ir de un estado a otro, lo importante es que el cambio de estado pueda efectuarse en un solo paso y de forma elemental. Si hay que activar un interruptor o vaciar una sustancia para que se lleve a cabo una reacción, esto es absolutamente irrelevante desde el punto de vista matemático. De esta manera, con los autómatas finitos se logra un modelo de descripción de las máquinas sin tomar en cuenta los mecanismos finales que han de usarse para construirlas físicamente. El poder expresivo de los autómatas finitos es tal que un ingeniero fácilmente puede construir una máquina a partir de su descripción en un autómata finito.

Las máquinas como medios para reconocer lenguajes

Lo que hemos visto es una manera efectiva de describir las máquinas, sin embargo hay otra forma que destaca muchas de las dificultades inherentes a su construcción. En este nuevo formalismo se describe a las máquinas mediante *lenguajes con su propio alfabeto y sus propias reglas gramaticales.*

El alfabeto que entiende la máquina que vende refrescos está formado por monedas de \$0.50 \$1.00, \$2.00 y \$5.00. Las palabras que la máquina acepta son las combinaciones de monedas cuyo valor total es \$6.00. De alguna manera ésta es una forma de gramática similar a la que tenemos en el idioma español.

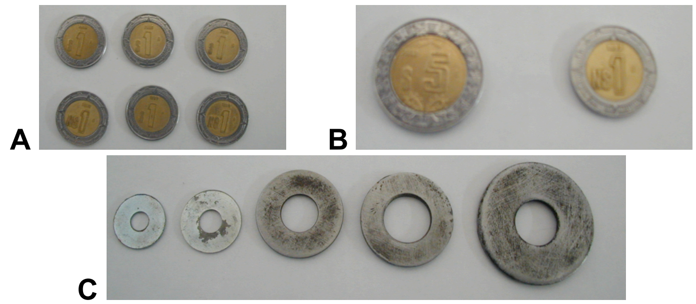

Figura 11. A y B son palabras que entiende mientras que C es una palabra que no entiende la maquina.

En la figura 11 aparece una palabra que no pertenece al lenguaje porque sus símbolos básicos no forman parte del alfabeto de la máquina que vende refrescos. Bueno, al menos a mi no me funcionó.

Sin embargo en Matemáticas no podemos hablar en términos de tuercas, rondanas y monedas. Así que los elementos del *alfabeto* los representamos por símbolos:

$$a, b, 1, s, *, \#, \text{etc.}$$

Al alfabeto lo vamos a denotar por la letra S.

Por $S*$ representamos al conjunto de palabras finitas en nuestro alfabeto, se incluye a la palabra vacía que se representa por ε.

En estos términos un *lenguaje con alfabeto* S es cualquier subconjunto de $S*$.

Para muchos lenguajes es posible encontrar autómatas finitos que reconozcan las palabras que contienen.

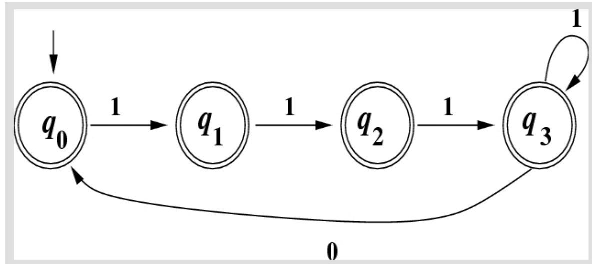

Figura 12. Autómata finito determinístico que reconoce secuencias de ceros y unos donde cada cero es prece-dido por al menos tres unos. (Como 11, 1110 y 11110)

En la figura 12 aparece un Autómata Finito para reconocer el lenguaje de todas las cadenas formadas por ceros y unos, en donde cada cero es precedido por al menos tres unos. El estado inicial del autómata es q_0. Vamos a ver con todo detalle cómo decidir si la cadena 111101110 pertenece o no al lenguaje reconocido este autómata.

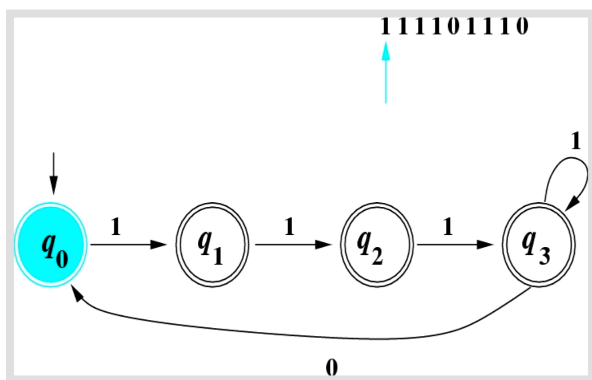

Figura 13. Estado inicial del autómata

La cadena 1111011110 aparece en el ángulo superior derecho de la figura 13, la flecha azul bajo el primer 1 indica que éste es el primer símbolo considerado por el autómata. El estado actual está marcado en color azul, en este caso es q_0 y corresponde con el estado inicial del autómata. Como el símbolo actual (el que tiene la flecha azul) es un 1 y hay una arista que parte de q_0 a q_1 con la etiqueta 1, el autómata cambia al estado q_1, figura 14.

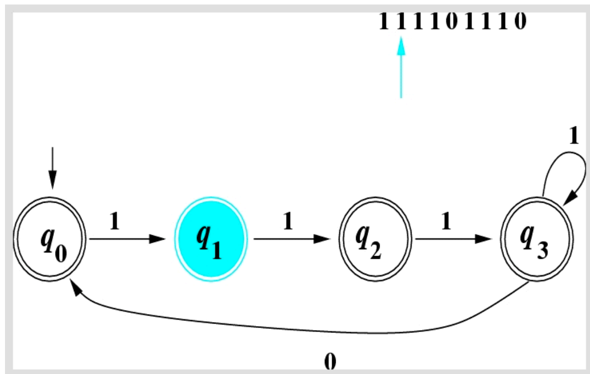

Figura 14. Primer movimiento del autómata.

El color azul en el estado q_1 indica que éste es ahora el estado actual del autómata, observen que la flecha azul en la entrada se ha movido al segundo símbolo, así que el símbolo actual de la entrada es nuevamente 1, como hay una arista del estado q_1 al estado q_2 etiquetada con 1, el nuevo estado del autómata será q_2, figura 15.

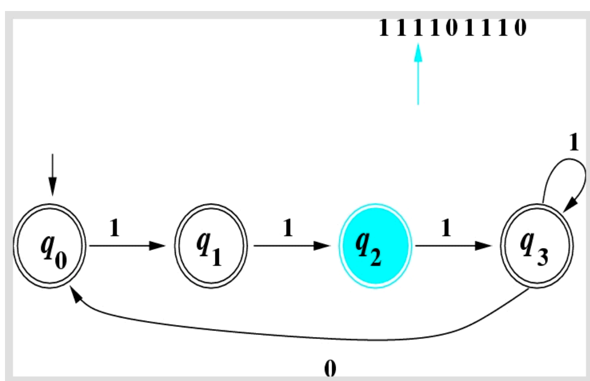

Figura 15. Segundo movimiento del autómata.

El estado actual del autómata es ahora q_2 y el símbolo actual en la entrada es el tercer símbolo, es decir un 1, así que el autómata pasa al estado q_3, figura 16.

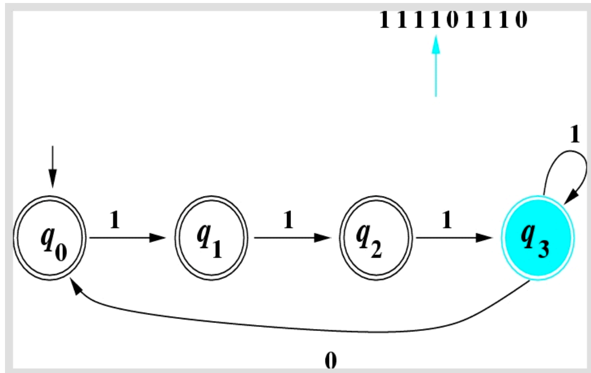

Figura 16. Tercer movimiento del autómata.

Ahora el estado actual del autómata es q_3 y el símbolo de entrada actual es el cuarto símbolo, es decir un 1, así que el autómata se queda en el estado q_3, figura 17.

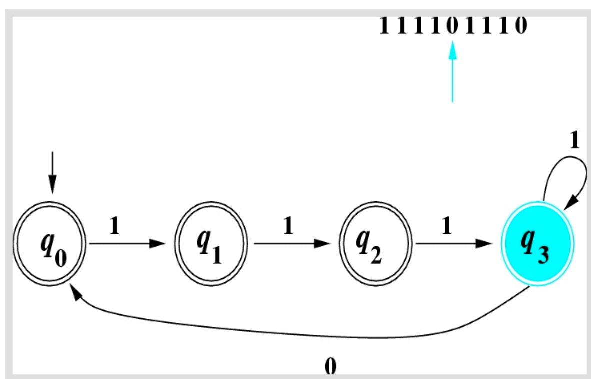

Figura 17. Cuarto movimiento del autómata.

El estado actual del autómata es q_3 y el símbolo de entrada actual es el quinto símbolo en la entrada, es decir un 0. De esta manera el autómata debe pasar al estado q_0, figura 18.

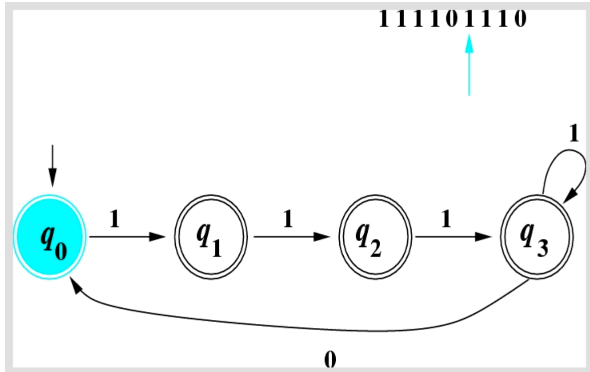

Figura 18. Quinto movimiento del autómata.

El autómata se encuentra en el estado q_0 y llega un 1, así que pasa al estado q_1, figura 19.

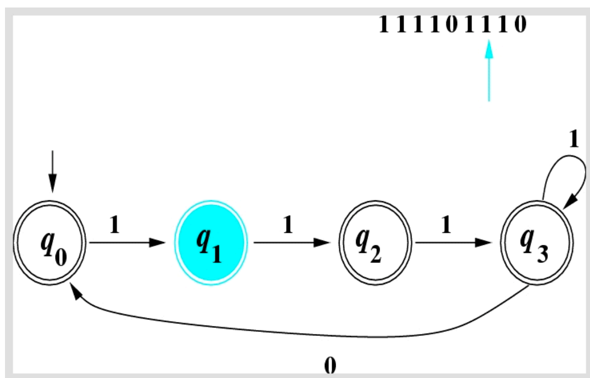

Figura 19. Sexto movimiento del autómata.

El autómata se encuentra en el estado q_1 y llega un 1, así que pasa al estado q_2, figura 20.

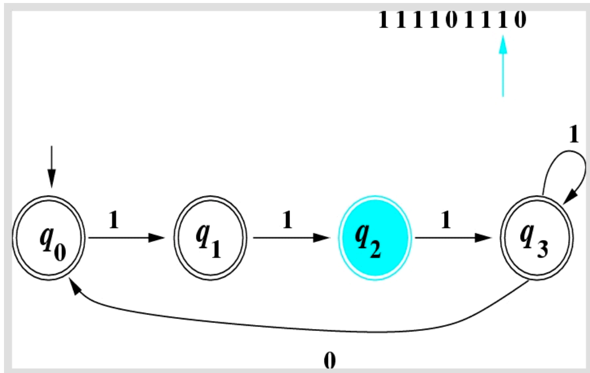

Figura 20. Séptimo movimiento del autómata.

El autómata se encuentra en el estado q_2 y llega un 1, así que pasa al estado q_3, figura 21.

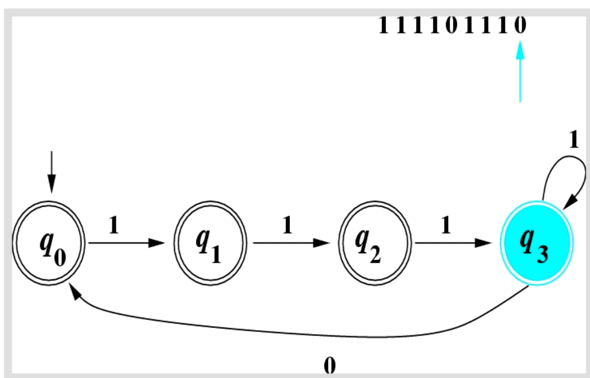

Figura 21. Octavo movimiento del autómata.

El autómata se encuentra en el estado q_3 y llega un 0, así que pasa al estado q_0, figura 22.

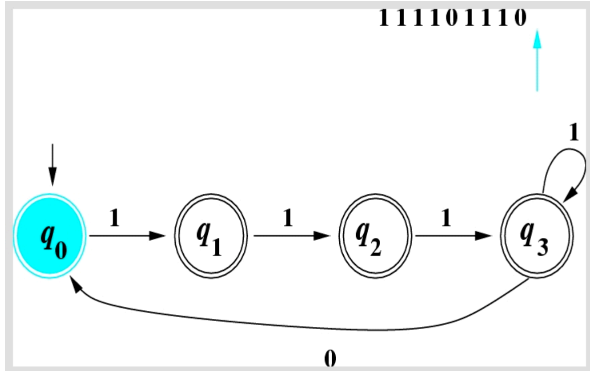

Figura 22. Noveno movimiento del autómata.

El autómata se encuentra en el estado q_0 y la cadena de entrada ha terminado. Como el estado q_0 es de aceptación, la cadena es aceptada por el autómata.

Los estados de aceptación de un autómata finito son aquéllos que se marcan con doble círculo. En el autómata del ejemplo todos los estados son de aceptación.

Observe que la cadena 110 no pertenece al autómata.

La pregunta natural es:

¿Todo lenguaje puede ser reconocido por un autómata finito determinístico?

La respuesta es NO.

Por ejemplo, NO es posible construir un autómata finito determinístico que reconozca a todas las palabras de la forma

$$0^n 1^n \text{ para todo número natural } n$$

La demostración de este hecho sale del alcance del artículo. Sin embargo, tomando en cuenta que todas las máquinas que a la fecha ha construido el hombre se pueden modelar con autómatas finitos determinísticos y que todo problema se puede plantear como el reconocimiento de cierto lenguaje, la pregunta formulada y su respuesta equivalen a decir:

Dado un problema ¿es posible construir una máquina que lo resuelva? *NO*

Lo cual resulta impactante porque hay problemas para los que no tiene sentido buscar una máquina que los resuelva.

Ahora bien, para lenguajes como 0^n1^n con n número natural, existe otro tipo de autómatas denominados *de pila* que sí permiten reconocerlos.

Los autómatas de pila son maquinas teóricas, es decir, máquinas que sólo existen a un nivel conceptual, pero que no se pueden construir físicamente. Vamos a dar una idea concreta sobre la forma como operan estas máquinas.

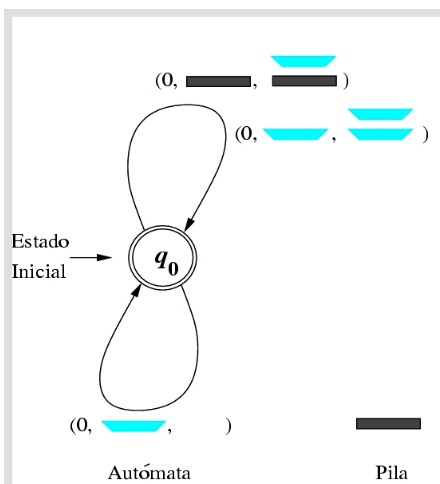

Figura 23. El siguiente autómata de pila permite reconocer las palabras de la forma 0^n1^n donde n es cualquier número natural (mayor o igual que cero), es decir, este lenguaje admite, entre otras, las palabras: ε, 01, 0011, 000111,…, 00000000001111111111 y no acepta palabras como 011, 00000, 11, 00111.

Los autómatas de pila se parecen a los autómatas finitos, pero a diferencia de ellos, los primeros se encuentran provistas de una pila (que en la figura 23 aparece en el ángulo inferior derecho). En la pila podemos apilar “platos”, tantos como queramos, pero sólo nos es permitido hacerlo en la parte más alta o tope de la pila. También está permitido quitar el plato que esté en el tope de la pila.

Al igual que los autómatas finitos, los autómatas de pila contienen un estado inicial y la cadena de entrada es aceptada si cuando ésta última se termina de leer la pila está vacía.

Las aristas del autómata tienen ahora etiquetas que indican, de acuerdo con el símbolo en la entrada y el plato en el tope de la pila, cómo reemplazar el plato que esté en el tope. Así las etiquetas están formadas por tres partes: la primera corresponde al símbolo en la entrada, la segunda a lo que se encuentra en el tope de la pila y la tercera a lo que se debe de poner después de eliminar el plato que esté en el tope de la pila.

Como el autómata de pila de este ejemplo contiene únicamente un estado, sólo será necesario ver lo que pasa con el símbolo actual en la entrada (es decir, el símbolo con la flecha azul) y lo que hay en el tope de la pila, figura 24. Vamos a ver el proceso con el que nuestro autómata acepta la cadena 00001111 que evidentemente pertenece al lenguaje.

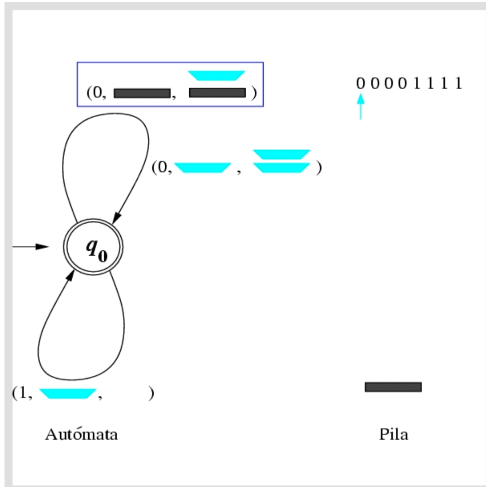

Figura 24. Estado inicial del autómata de pila.

El símbolo en la entrada es un 0 y no hay platos en la pila así que se aplica el movimiento indicado en la etiqueta encerrada en el recuadro azul que en realidad es una *regla de movimiento*. Cada regla de movimiento contiene tres partes, la primera (cero en el ejemplo) corresponde al símbolo actual en la cadena, la seguna (la pila sin platos en el ejemplo) corresponde a lo que hay en el tope de la pila y la tercera (la pila con un plato) indica cómo modificar el contenido del tope de la pila, en la regla encerrada en el recuadro azul la regla indica que cuando llegue un 0 en la entrada y no hay platos en la pila entonces se almacena un plato en la pila. El efecto de aplicar esta regla se muestra en la figura 25. Observe que la flecha azul se ha movido al segundo símbolo.

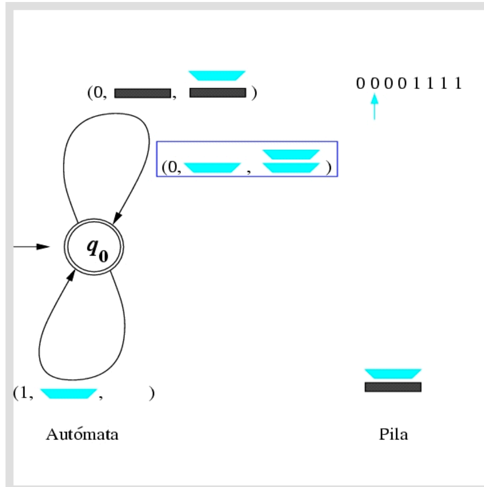

Figura 25. Primer movimiento del autómata.

La pila contiene ahora en su tope el plato azul que se introdujo en el paso anterior, el segundo símbolo en la entrada es 0 y el plato en el tope es azul, así que se aplica la regla en el recuadro azul. Ésta dice que hay que reemplazar el plato en el tope por dos platos azules, como se ve en la figura 26, el efecto final es agregar un plato azul a la pila.

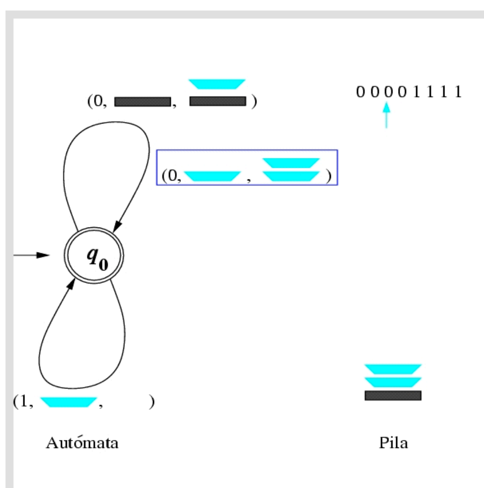

Figura 26. Segundo movimiento del autómata.

En este caso se procesa el tercer símbolo en la entrada. Como es un cero y en el tope de la pila hay un plato azul, ocurre lo mismo que en el paso anterior. El efecto de nuevo es agregar un plato azul, figura 27.

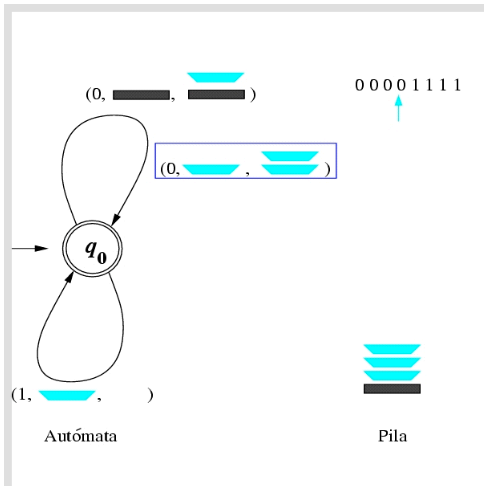

Figura 27. Tercer movimiento del autómata.

Vuelve a ocurrir lo mismo que en la figura 26. El efecto es agregar un nuevo plato azul, figura 28.

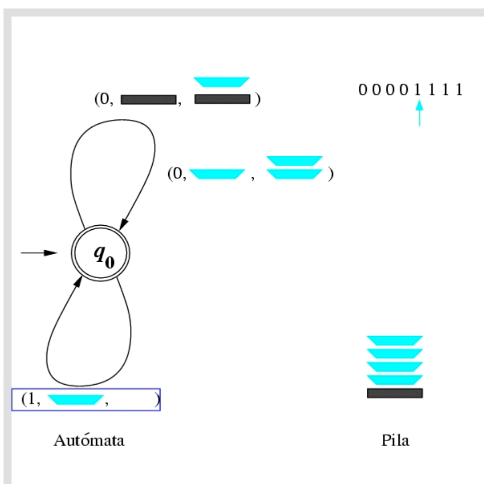

Figura 28. Cuarto movimiento del autómata.

Ahora hay cuatro platos azules en la pila y el quinto símbolo en la entrada es el que debe ser procesado. Observamos que el símbolo es un 1 y el efecto sobre la pila es eliminar el plato azul del tope, figura 29.

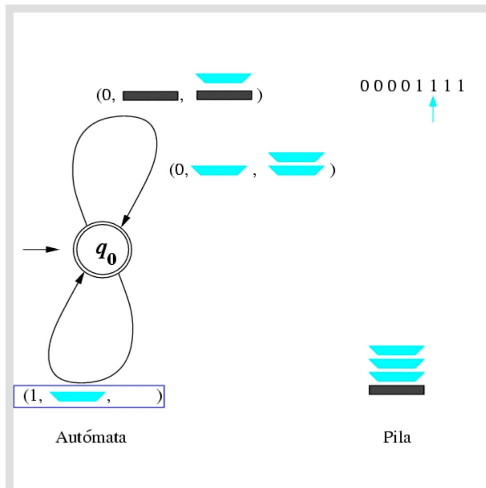

Figura 29. Quinto movimiento del autómata.

Le toca su turno al sexto símbolo que de nuevo es 1. Al igual que en la figura 28, el efecto es eliminar el plato azul en el tope, figura 30.

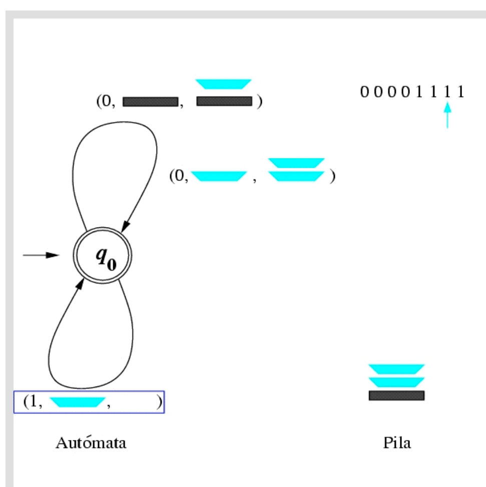

Figura 30. Sexto movimiento del autómata.

De nuevo se elimina otro plato azul, figura 31.

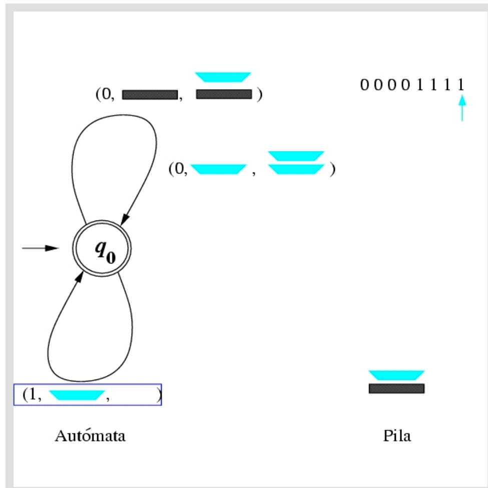

Figura 31. Séptimo movimiento del autómata.

Se elimina el último plato azul, figura 32.

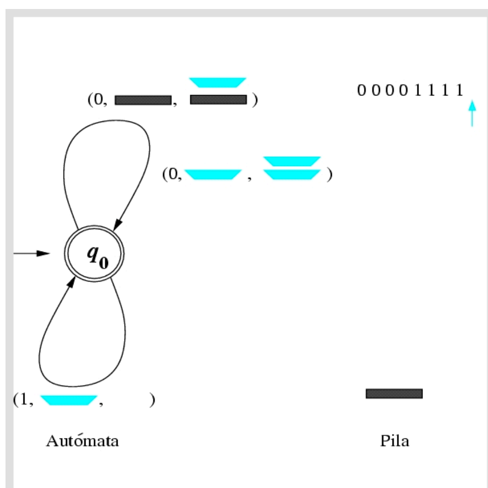

Figura 32. Octavo y último movimiento del autómata.

Ahora se han procesado todos los símbolos de entrada y resulta que la pila está vacía por lo que la cadena de entrada es aceptada por el autómata. No es difícil entender que los platos azules en realidad sirven para contar el número de ceros que han aparecido en la cadena y que no se han compensado con un 1.

En principio pareciera que no hay inconveniente en construir autómatas de pila de una manera real. El punto delicado está en los platos. Supongamos que damos una cadena de la forma 0^n1^n , donde n es cualquier número más grande que el número de átomos en el universo (que se sabe que es finito). Entonces necesitaríamos que nuestra máquina tenga más de n platos y esto es con seguridad imposible de construir.

Los Autómatas de Pila pueden reconocer más lenguajes que los autómatas finitos determinísticos; pero hay lenguajes que no pueden reconocer. Por ejemplo, no existe un autómata de *pila* capaz de reconocer al lenguaje que consta de cadenas de la forma

ww donde w pertenece a $\{0,1\}^*$

Algunas cadenas en este lenguaje son: 0001100011, 11, 0000, 101101, etc.

Lenguajes como éste sólo pueden ser reconocidos por la llamada *Máquina de Türing*, llamada así en honor a su descubridor, el matemático inglés Alan Türing.

Figura 33. Alan Türing.

Se ha conjeturado que no existe forma de extender el poder de cómputo de esta máquina. A esta conjetura se le conoce como HIPOTESIS DE CHURCH.

La máquina de Türing es un dispositivo teórico que no se puede construir de manera física; pero es posible aproximarse a ella tanto como se quiera.

Esencialmente la Máquina de Türing esta formada por un Autómata Finito Determinístico (el *control finito* de la máquina) y una o más cintas infinitas que sirven como memoria para guardar información (este carácter infinito hace que la máquina no se pueda construir de manera efectiva). Cada cinta tiene una cabeza de lectura. En una de estas cintas se escribe la cadena que se desea reconocer.

En la figura 34 se muestra una máquina de Türing que reconoce las cadenas de ceros y unos de la forma de ww.

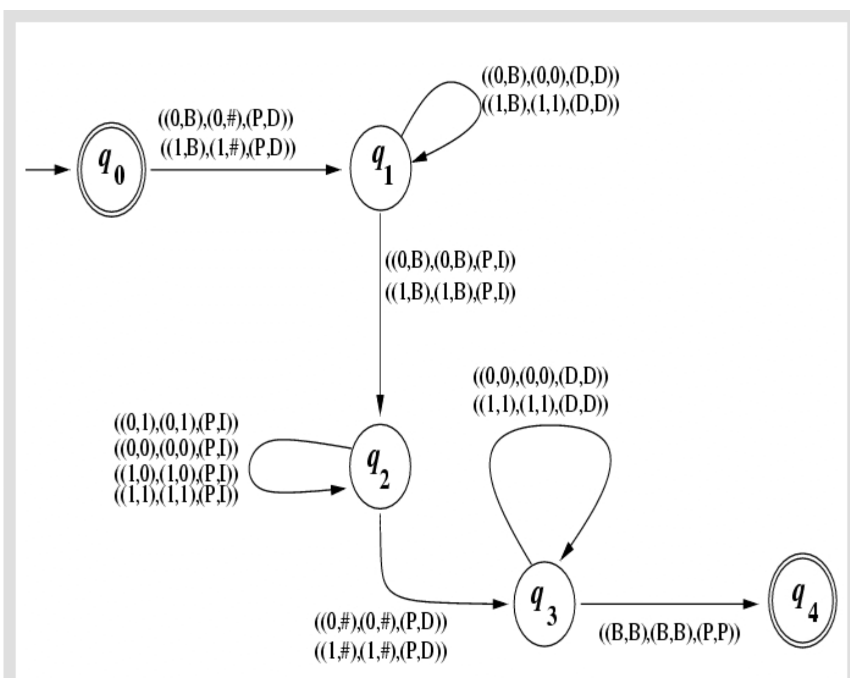

Figura 34. Máquina de Türing que reconoce las cadenas de ceros y unos de la forma de ww.

Las reglas en el control finito para pasar de un estado a otro dependen del contenido de las celdas bajo las cuales se encuentre la cabeza de lectura. Vamos a describir paso a paso el comportamiento de la Máquina de Türing en la figura 34.

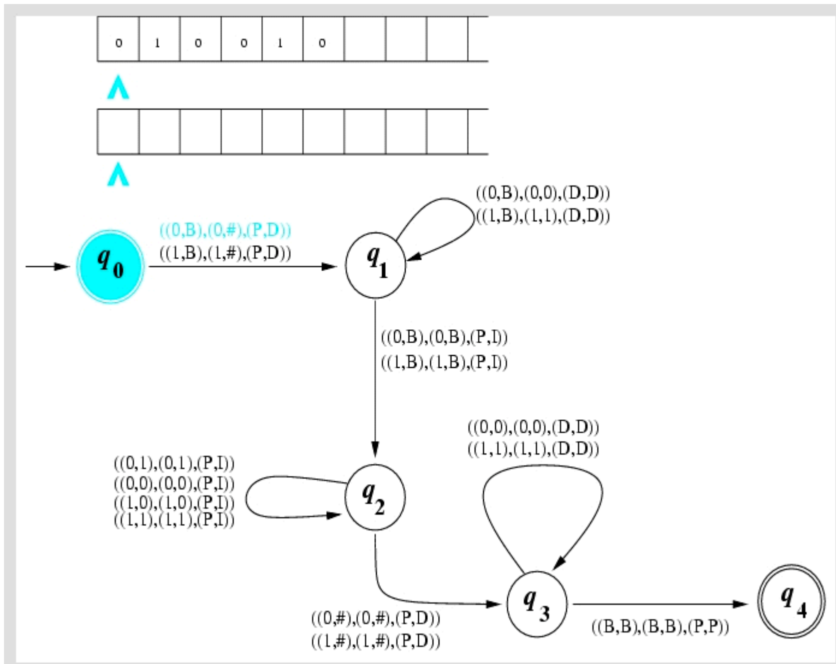

Figura 35. Estado inicial de la Máquina de Türing.

En la parte superior izquierda de la figura 35 aparecen las cintas de la máquina de Türing, en la cinta superior se localiza la cadena 010010 que ciertamente pertenece al lenguaje que deseamos reconocer. Observen que las celdas de la primera cinta, a partir de la séptima celda (se cuentan de izquierda a derecha) están vacías, para propósitos internos de la máquina se supone que estas celdas contienen el símbolo blanco que se denota con una letra B mayúscula.

Las aristas en el control finito están etiquetadas con acciones que debe ejecutar la máquina. Observando la estructura de estas etiquetas observamos que están compuestas por tres partes y cada parte es a su vez una pareja de elementos.

El control finito de la máquina se encuentra en el estado inicial q_0. De las dos posibles etiquetas que parten de q_0 concentrémonos en la que se encuentra escrita en color azul. La primera pareja en esta etiqueta es $(0,B)$ que corresponde al contenido de las celdas de la primera y segunda cintas respectivamente: 0 en la primer cinta y B (celda vacía) en la segunda. La segunda pareja es $(0,\#)$ y corresponde a lo que debe ser escrito por las cabezas de la primera y segunda cintas sobre las celdas donde estén, en este caso debe escribirse 0 en la primer cinta y # en la segunda. La tercer pareja es (P,D) e indican la forma como deben moverse las cabezas de la primera y segunda cinta. La letra P indica que la cabeza de la primera cinta debe quedarse "Parada" mientras que la D indica que la cabeza de la segunda cinta debe moverse a la derecha.

Una vez que se hayan aplicado estas acciones el control finito pasa al estado q_1. El resultado de este primer paso se muestra en la figura 36.

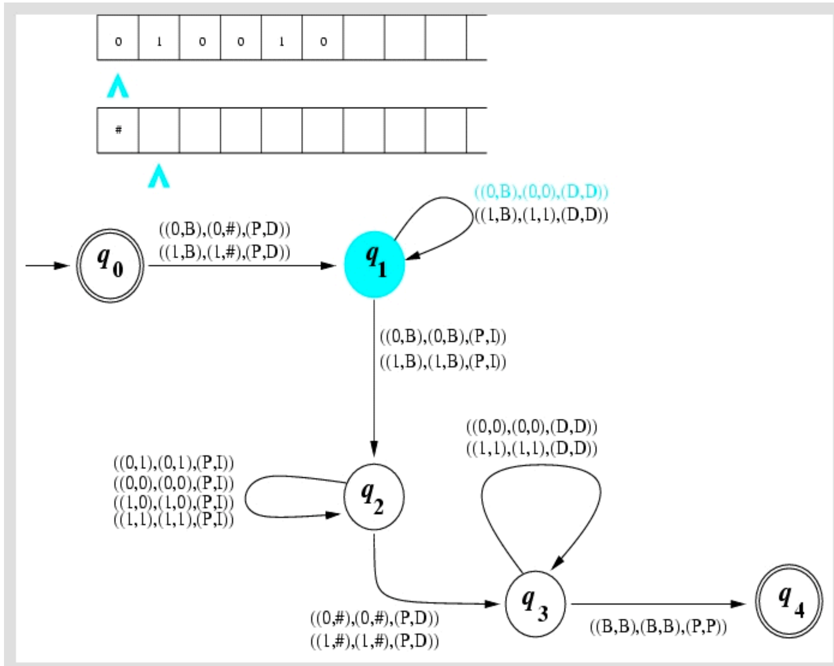

Figura 36. Primer movimiento de la Máquina de Türing.

Ahora el control finito se encuentra en el estado q_1. En este caso se aplican los movimientos indicados en la etiqueta marcada en color azul. El resultado es que en las celdas bajo las cabezas de las dos cintas se escriben ceros y ambas cabezas se mueven a la derecha. Para el siguiente paso la máquina continuará en el estado q_1, figura 37.

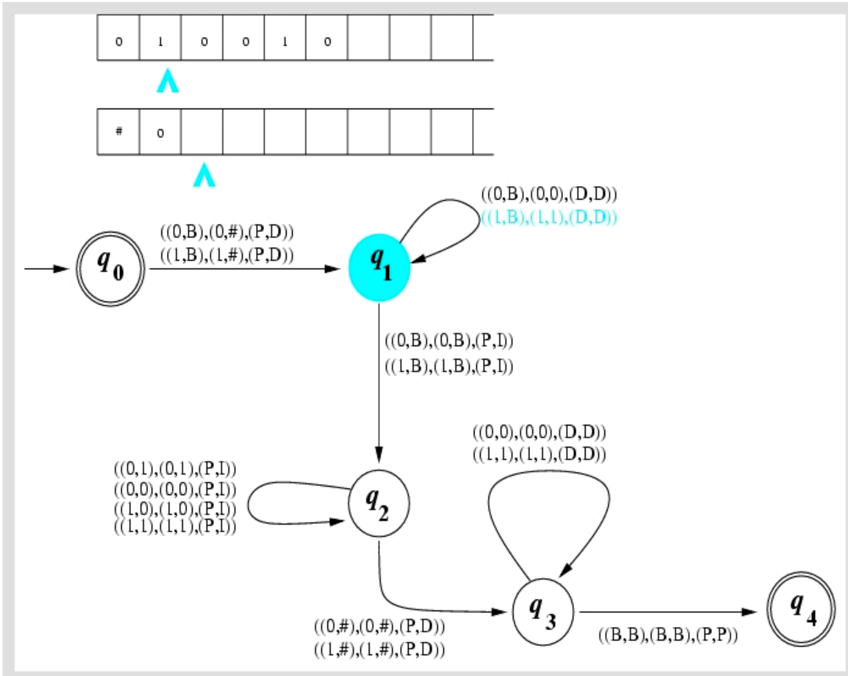

Figura 37. Segundo movimiento de la máquina de Türing.

Ahora ocurre algo similar a lo que pasó en la figura 36, sólo que lo que se escribe son dos unos bajo las cabezas de las cintas, Figura 38.

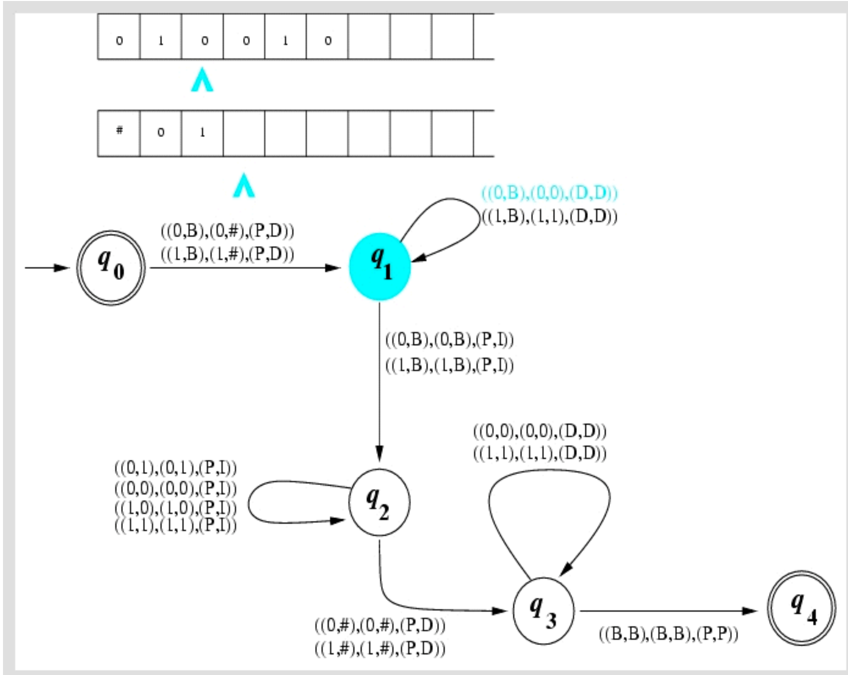

Figura 38. Tercer movimiento de la máquina de Türing.

Vuelve a pasar lo mismo que en las dos figuras anteriores, sólo que ahora se escriben dos ceros en las cintas y las cabezas se mueven a la derecha, figura 39.

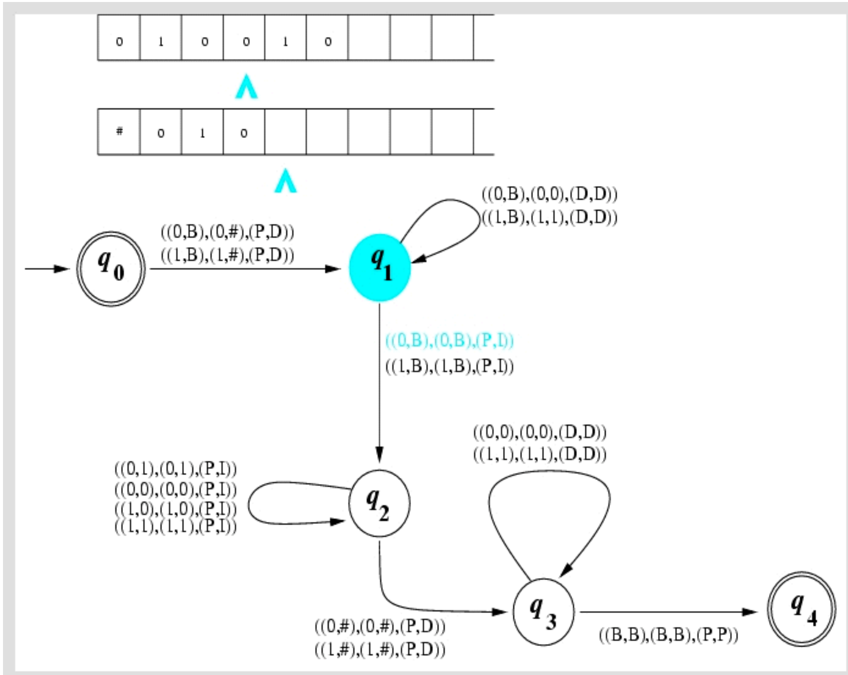

Figura 39. Cuarto movimiento de la máquina de Türing.

La segunda cinta ahora contiene, a partir de su segunda celda, la cadena 010 que coincide con el contenido de las primeras tres celdas en la primera cinta. A partir de este momento la cabeza de la segunda cinta empezará a moverse hacia la izquierda hasta alcanzar el símbolo $\#$. Esto se realiza en la figura 40. Observe que en este caso la cabeza de la segunda cinta se mueve hacia la izquierda (en la dirección I).

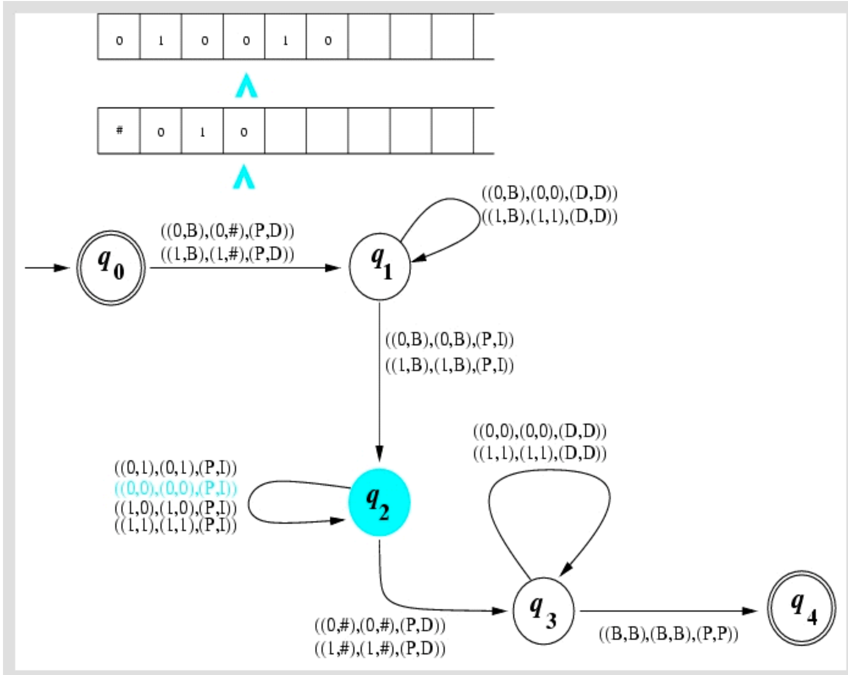

Figura 40. Quinto movimiento de la máquina de Türing.

En los movimientos sexto, séptimo y octavo (no mostrados) la cabeza de la segunda cinta se sigue moviendo hasta alcanzar la celda que contiene el #, entonces se invierte la dirección de movimiento, posicionando la cabeza en la segunda celda de la segunda cinta, figura 41.

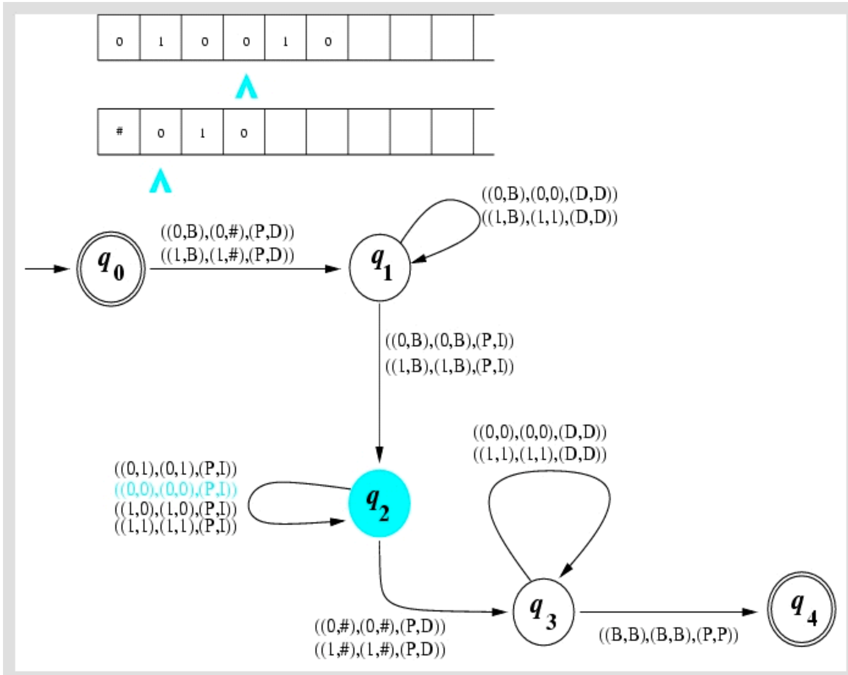

Figura 41. Noveno movimiento de la máquina de Türing.

A partir de este momento ambas cabezas se mueven simultáneamente a la derecha siempre que las celdas sobre las que se encuentran contengan los mismos símbolos. Estos movimientos son el décimo, décimo primero y duodécimo. En la figura 42 se muestra el resultado del movimiento duodécimo.

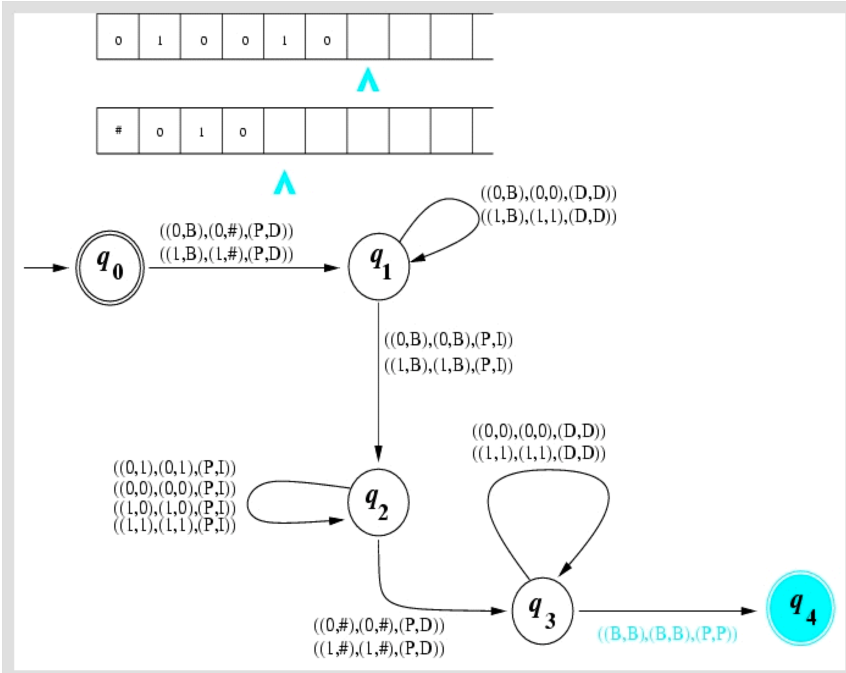

Figura 42. Movimiento duodécimo y último de la máquina.

Ahora el control finito se encuentra en q_4 que es un estado de aceptación, así que la máquina de Türing termina su operación aceptando la cadena de entrada.

A pesar de la generalidad de la Máquina de Türing hay problemas que ésta no puede resolver.

Muchas veces nos asombramos de las capacidades de las computadoras y pensamos en ellas como dispositivos que pueden resolver cualquier problema. Esta idea está totalmente alejada de la realidad, pocos son los problemas que se pueden resolver de manera efectiva con una computadora. De hecho las computadoras no son más que aproximaciones a la máquina de Türing.

La existencia de problemas que no puede resolver la máquina de Türing, nos invita a preguntarnos si es posible encontrar un dispositivo teórico más general que la máquina de Türing. Colegas de todas las áreas de la ciencia han buscado esta máquina tal como en algún momento los alquimistas buscaron la piedra filosofal. Nadie ha tenido éxito.

Otros simplemente han extendido la máquina de Türing agregándole un oráculo, que esencialmente es una caja negra capaz de responder acertadamente a uno de los problemas que la máquina de Türing original es incapaz de resolver. El resultado es que han aparecido nuevos problemas que la máquina extendida es incapaz de resolver. Este ejercicio ha conducido a una clasificación infinita de los problemas que no se pueden resolver en término de los oráculos que van extendiendo a la máquina de Türing original.

Otra vertiente de estudio es el análisis de los tiempos necesarios para resolver un problema con la máquina de Türing en función del espacio necesario para codificar instancias del mismo en la máquina. En este ámbito justo se encuentra uno de los problemas matemáticos más desafiantes de nuestro tiempo: el problema P = NP. En este problema se pregunta si el conjunto de problemas que se pueden resolver en tiempo polinomial en una máquina de Türing determinística (P) es igual al conjunto de problemas que se pueden resolver en tiempo polinomial en una máquina de Türing no determinística (NP). Nadie sabe la respuesta a este problema. Pero si la respuesta fuese verdadera, entonces el mundo cambiaría radicalmente, porque de una manera efectiva podrían ser resueltos problemas que hoy demandan procedimientos que toman tiempo exponencial.

¿Por qué el tigre no es una máquina?

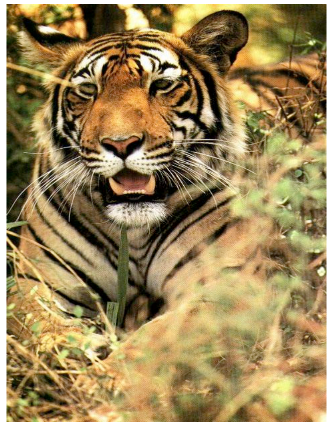

Figura 43. ¿Por qué el tigre no es una máquina?

El comportamiento de los seres vivos es impredecible, no se puede describir con autómata alguno. Esta naturaleza caótica no la ha podido modelar el hombre y personalmente espero que esta frontera nunca se pueda traspasar, por que si así fuese entonces ningún tigre estaría seguro de tratar con otro tigre.

Bibliografía recomendada:

Teoría de la computación. (2005, 5) de septiembre. *Wikipedia*, La enciclopedia libre. Fecha de consulta: 22:48, enero 30, 2006 desde

http://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Teor%C3%ADa_de_la_computaci%C3%B3n&oldid=1277996.

Johnsonbaugh R "Matemáticas Discretas," 4a Ed, Prentice Hall (Pearson), 1999.

Información de los autores

Autor: Dr. Feliú D. Sagols Troncoso

Afiliación	Profesor en el Departamento de Matemáticas, Cinvestav.
Email	fsagols@math.cinvestav.mx

No eliminar salto de seccion!!!

Para recuperar: Menu: edición, opción: Deshacer.