Soluciones viscosas, de análisis convexo a varias variables complejas y de regreso

Eduardo S. Zeron

Departamento de Matemáticas
Cinvestav del IPN, Ciudad de México

La base son los conjuntos convexos

Un subconjunto B de un espacio vectorial es convexo si

$$\lambda x + (1-\lambda) z \in B \quad \forall \quad x, z \in B, \quad \lambda \in [0,1] \subset \mathbb{R}.$$

Teorema. Dados dos subconjuntos convexos A y B de un mismo espacio vectorial:

- Suma $A + B$ e intersección $A \cap B$ son convexos.
- El producto λB es convexo para todo $\lambda \in \mathbb{R}$.

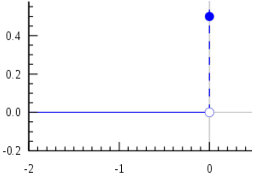
Nota: Los únicos subconjuntos convexos de $\mathbb{R}$ son los intervalos (conexos) abiertos, cerrados o semicerrados.

El medio son las funciones convexas

Dado un convexo B, la función $g : B \to \mathbb{R}$ es convexa si

$$\begin{gathered} g(\lambda x + (1-\lambda)z) \ \leq \ \lambda g(x) + (1-\lambda)g(z) \\ \forall \quad x, z \in B, \quad \lambda \in (0,1) \subset \mathbb{R}. \end{gathered} \tag{1}$$

Teorema. Sea $h : U \to \mathbb{R}$ convexa en un intervalo abierto $U \subset \mathbb{R}$, entonces h es continua.

Contra ejemplo: 

en $(-2, 0]$.

Matrices semidefinidas positivas

Una matriz $M \in \mathbb{R}^{n\times n}$ es semidefinida positiva si

$$u^t M u \geq 0 \quad \forall \quad u \in \mathbb{R}^n.$$

Como toda matriz $M = S + A$ se descompone en una matriz simétrica S más una antisimétrica A, entonces

$$u^t M u = u^t S u \quad \forall \quad u \in \mathbb{R}^n.$$

Ya que: $u^t A u = (u^t A u)^t = u^t A^t u = -u^t A u = 0$. Como una matriz simétrica es diagonalizable, S es semidefinida positiva cuando todos sus eigenvalores son no negativos.

Funciones segundo derivables en $\Omega \subset \mathbb{R}^n$.

Teorema. Dado $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ abierto, $g \in \mathcal{C}^2(\Omega)$ es localmente convexa si y sólo si su Hessiano es semidefinido positivo.

$$u^t[Hg]u = u^t\left[\frac{\partial^2 g(x)}{\partial x_j \partial x_k}\right]u \geq 0 \quad \forall \quad \begin{array}{l} x \in \Omega, \\ u \in \mathbb{R}^n. \end{array}$$

Demostración. Suponga que g es localmente convexa. Para todos $x \in \Omega$, $u \in \mathbb{R}^n$ y $\varepsilon > 0$ muy pequeño,

$$g(x) \leq \frac{g(x+\varepsilon u) + g(x-\varepsilon u)}{2} = g(x) + \varepsilon^2 u^t[Hg]u + o(\varepsilon^2).$$

Así, el Hessiano $[Hg] \geq 0$ es semidefinido positivo en Ω.

Funciones segundo derivables en $\Omega \subset \mathbb{R}^n$

Cuando $n = 1$, la demostración del resultado opuesto es clásica: $h \in \mathcal{C}^2(\mathbb{R})$ es localmente convexa si $h''(t) \geq 0$.

Assuma que $[Hg] \geq 0$ en Ω y tome un intervalo $\mathcal{I} \subset \Omega$ con puntos extremo $x, z \in \Omega$. Defina la función:

$$G(\lambda) := g(\lambda x + (1-\lambda)z) - \lambda g(x) - (1-\lambda)g(z).$$

$G(0) = G(1) = 0$ y $G(\lambda) \leq 0$ es convexa, pues

$$G''(\lambda) = (x-y)^t[Hg](x-y) \geq 0 \quad \forall \quad \lambda \in [0,1].$$

Entonces, g es localmente convexa en Ω.

Funciones segundo derivables en $\Omega \subset \mathbb{R}^n$

1) Una función $g \in \mathcal{C}^2(\Omega)$ es localmente convexa si y sólo si su Hessiano es semidefinido positivo: $[Hg] \geq 0$ en Ω.

2) $g \in \mathcal{C}^2(\Omega)$ es subharmónica si y sólo si su Laplaciano:

$$\nabla^2 g = \sum_{k=1}^{n} \frac{\partial^2 g(x)}{(\partial x_k)^2} = \mathrm{traza}[Hg] \geq 0 \quad \forall \quad x \in \Omega.$$

3) $g \in \mathcal{C}^2(\Omega)$ es localmente q-convexa cuando $[Hg]$ tiene a lo más q eigenvalores estrictamente negativos para todo $x \in \Omega$. Así: 0-convexo es lo mismo que convexo.

Diferenciales débiles (sentido distribucional)

Sean $h, \varphi \in \mathcal{C}^1(\mathbb{R})$, tal que φ tiene soporte compacto,

$$\int_{\mathbb{R}} h(t)\,\varphi'(t)dt = -\int_{\mathbb{R}} h'(t)\,\varphi(t)dt.$$

Dadas funciones integrables $g_k : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ para $k = 1, 2$, decimos que g_2 es la derivada distribucional de g_1, si para toda φ en $\mathcal{C}_c^\infty(\mathbb{R})$ con soporte compacto

$$\int_{\mathbb{R}} g_1(t)\,\varphi'(t)dt = -\int_{\mathbb{R}} g_2(t)\,\varphi(t)dt.$$

Diferenciales débiles (sentido distribucional)

Nota, $g \in \mathcal{C}^2(\Omega)$ es harmónica en el abierto $\Omega \subset \mathbb{R}^n$, si ambas g y $-g$ son subharmónicas; i.e., $\nabla^2 g = 0$ en Ω.

Lema de Weyl. Sea $h : \Omega \to \mathbb{R}$ integrable, con Laplaciano igual a cero en el sentido distribucional; i.e., para toda φ en $\mathcal{C}_c^\infty(\Omega)$, con soporte compacto en Ω

$$\int_\Omega h(x)\, \nabla^2 \varphi(x) dx = 0.$$

Entonces h es infinitamente derivable y harmónica.
Ojo, el Laplaciano ∇^2 es un operador **lineal**.

Operadores Elípticos degenerados

Dado un abierto $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ y el espacio $\mathbb{S}^n \subset \mathbb{R}^{n\times n}$ de matrices simétricas. Un operador (tal vez no lineal)

$$F : \Omega \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n \times \mathbb{S}^n \to \mathbb{R}$$

es **elíptico degenerado** si y sólo si

$$F(x, u, v, A) \leq F(x, u, v, B),$$

para todos $x \in \Omega$, $u \in \mathbb{R}$, $v \in \mathbb{R}^n$ y $A \geq B$ en $\mathbb{S}^n$; i.e., tal que $A - B \geq 0$ es semidefinida positiva.

Sub-soluciones viscosas

Sea $\nu \in \mathcal{C}^2(\Omega)$ una solución $F(x,\nu,\nabla\nu,H\nu)|_x = 0$.

Dada $\varphi \in \mathcal{C}^2(\Omega)$, si $\nu - \varphi$ toma su máximo en $\check{x} \in \Omega$,

$$\nabla(\nu-\varphi)(\check{x}) = 0, \qquad H(\nu-\varphi)(\check{x}) \leq 0,$$
$$F(\check{x},\nu,\nabla\varphi,H\varphi)|_{\check{x}} \leq F(\check{x},\nu,\nabla\nu,H\nu)|_{\check{x}} = 0.$$

Si $\nu - \varphi$ toma su mínimo en $\check{x} \in \Omega$, entonces

$$H(\nu-\varphi)(\check{x}) \geq 0, \quad F(\check{x},\nu,\nabla\varphi,H\varphi)|_{\check{x}} \geq 0.$$

Sub-soluciones viscosas

Una función $u : \Omega \to \mathbb{R}$, semicontinua superiormente, es subsolución $F(x, u, \nabla u, Hu) \leq 0$ en el sentido viscoso si

$$F(\check{x}, u, \nabla\varphi, H\varphi)|_{\check{x}} \leq 0$$

para toda función de prueba $\varphi \in \mathcal{C}^2(\Omega)$ tal que $u - \varphi$ toma su máximo en $\check{x} \in \Omega$.

De igual forma, $u : \Omega \to \mathbb{R}$, semicontinua inferiormente, satisface $F(x, u, \nabla u, Hu) \geq 0$ en el sentido viscoso si $F(\check{x}, u, \nabla\varphi, H\varphi)|_{\check{x}} \geq 0$ para toda $\varphi \in \mathcal{C}^2(\Omega)$ tal que $u - \varphi$ toma su mínimo en $\check{x} \in \Omega$.

Convexidad en el sentido viscoso

Teorema. Sea $u : \Omega \to \mathbb{R}$ semicontinua superiormente, u es localmente convexa si y sólo si el Hessiano $-[Hu] \leq 0$ en el sentido viscoso; i.e., si y sólo si $-[H\varphi]_{\check{x}} \leq 0$ para toda $\varphi \in \mathcal{C}^2(\Omega)$ tal que $u - \varphi$ toma su máximo en $\check{x} \in \Omega$.

Demostración. Tome u localmente convexa y $\varphi \in \mathcal{C}^2(\Omega)$ tal que $u - \varphi \leq 0$ toma el máximo cero en $\check{x} \in \Omega$.

$$\varphi(\check{x}) = u(\check{x}) \leq \frac{u(\check{x}+\varepsilon u) + u(\check{x}-\varepsilon u)}{2} \leq$$

$$\leq \frac{\varphi(\check{x}+\varepsilon u) + \varphi(\check{x}-\varepsilon u)}{2} = \varphi(\check{x}) + \varepsilon^2 u^t [H\varphi] u + o(\varepsilon^2).$$

Convexidad en el sentido viscoso

para todos $u \in \mathbb{R}^n$ y $\varepsilon > 0$ suficientemente pequeño.
Luego entonces, $-[H\varphi]_{\check{x}} \leq 0$.

Para el resultado opuesto, nos restringinos sin pérdida de generalidad al caso $n = 1$. Si u **no** es localmente convexa, existen $\lambda \in (0,1)$ e intervalo $[x,z] \subset \Omega \subset \mathbb{R}$ con

$$u(y) > \lambda u(x) + (1-\lambda)u(z), \quad y = \lambda x + (1-\lambda)z.$$

Tome $\varphi \in \mathcal{C}^2(\mathbb{R})$ estrictamente cóncava ($\varphi'' < 0$) tal que

$$\begin{matrix} \varphi(x) = u(x), \\ \varphi(z) = u(z), \end{matrix} \qquad u(y) > \varphi(y) > \lambda u(x) + (1-\lambda)u(z).$$

Convexidad en el sentido viscoso

Sea $\check{y} \in (x, z)$ el punto donde $u - \varphi$ toma su máximo (u es semicontinua superiormente). Por hipótesis, $-u'' \leq 0$ en el sentido viscoso, entonces $-\varphi''(\check{y}) \leq 0$.

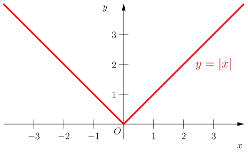
Esto es una contradicción a la concavidad estricta de φ ($\varphi'' < 0$). Luego, u es localmente convexa en Ω.

Nota: Las derivadas de φ se calculan solamente en los puntos donde $u - \varphi$ toma su máximo. Así, si u no es derivable en algún punto $\check{x} \in \Omega$, es posible que no exista φ tal que $u - \varphi$ toma su máximo en $\check{x}$.

Ejemplo de función convexa

La 2da. derivada de $x \mapsto |x|$ satisface $-|x|'' \leq 0$ en el sentido viscoso en $(-1,1) \subset \mathbb{R}$. De entrada, **no** existe $\varphi \in \mathcal{C}^2$ tal que $|x| - \varphi(x)$ toma su máximo en el origen 0.

De hecho, basta con tomar $\varphi(0) = 0$. Con ello, es fácil ver que **no** existe $\varphi \in \mathcal{C}^2$ tal que $|x| - \varphi(x) \leq 0$ toma su máximo en el origen 0.



Ejemplo de función convexa

Como $|x|$ es lineal para todo $x \neq 0$, si $\varphi \in \mathcal{C}^2$ es tal que $|x| - \varphi(x)$ toma su máximo en $\check{x} \neq 0$, entonces es fácil verificar que $-\varphi''(\check{x}) \leq 0$. Con todo lo cual, $-|x|'' \leq 0$ en el sentido viscoso en $(-1, 1) \subset \mathbb{R}$.

Pero $x \mapsto |x|$ **no** satisface $-|x|'' \geq 0$ en el sentido viscoso en $(-1, 1) \subset \mathbb{R}$, pues $|x| - x^2 \geq 0$ toma el mínimo cero en $x = 0$, pero $-(x^2)'' = -2$.

Harmonicidad en el sentido viscoso

Teorema. Sea $u : \Omega \to \mathbb{R}$ semicontinua superiormente en el abierto $\Omega \subset \mathbb{R}^n$, u es subharmónica si y sólo si el Laplaciano $-\nabla^2 u \leq 0$ en el sentido viscoso; i.e., si y sólo si $-\nabla^2 \varphi|_{\check{x}} \leq 0$ para toda $\varphi \in \mathcal{C}^2(\Omega)$ tal que $u - \varphi$ toma su máximo en $\check{x} \in \Omega$.

Corolario. Una función continua $u : \Omega \to \mathbb{R}$ es harmónica en el abierto $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ si y sólo si el Laplaciano $-\nabla^2 u = 0$ en el sentido viscoso; i.e., si y sólo si $-\nabla^2 \varphi|_{\check{x}} \leq 0$ (resp. $-\nabla^2 \varphi|_{\check{x}} \geq 0$) para toda $\varphi \in \mathcal{C}^2(\Omega)$ tal que $u - \varphi$ toma su máximo (resp. mínimo) en $\check{x} \in \Omega$.

q-convexidad

El número de eigenvalores estrictamente negativos de una matriz simétrica es un operador elíptico degenerado, mas **no** continuo. Si $A{-}B \geq 0$ en $\mathbb{S}^n$, entonces B tiene más eigenvalores estrictamente negativos que A.

Definición. Una función semicontinua superiormente $u : \Omega \to \mathbb{R}$ es q-convexa, si para toda $\varphi \in \mathcal{C}^2(\Omega)$ tal que $u{-}\varphi$ toma su máximo en algún $\check{x} \in \Omega$, se satisface que $[H\varphi]_{\check{x}}$ tiene a lo más $q \geq 0$ eigenvalores estrictamente negativos en $\check{x}$.

Así: 0-convexo es lo mismo que localmente convexo.

Ejemplo de q-convexidad

La función $g := (x^2+y^2-2)^2$ es subharmónica y 1-convexa en el complemento de la bola unitaria, pues

$$\text{Hessiano :} \quad [Hg] = \begin{bmatrix} 12x^2+4y^2-8 & 8xy \\ 8xy & 4x^2+12y^2-8 \end{bmatrix}.$$

Pues $\nabla^2 g = 16(x^2+y^2-1) > 0$ cuando $x^2+y^2 > 1$.

Sin embargo, $h := |x|-y^2$ es 1-convexa,
pero **no** subharmónica en $\mathbb{R}^2$.

¿Por qué q-convexidad?

Teorema. La propiedad de ser q-convexo es invariante bajo difeomorfismos de $\mathbb{R}^n$, pues los difeomorphismos inducen cambios de base en el Hessiano; y éstos no alteran el número de eigenvalores positivos, negativos o cero.

Ejemplo. La propiedad de ser [sub] harmónico **no** es invariante bajo difeomorfismos. Tome $F(x, y) = (x, 2y)$:

$$g := s^2 - t^2 \text{ es harmónica, } [Hg] = \begin{pmatrix} 2, & 0 \\ 0, & -2 \end{pmatrix}.$$

$$g \circ F := x^2 - 4y^2 \textbf{ no} \text{ lo es, } [H(g \circ F)] = \begin{pmatrix} 2, & 0 \\ 0, & -8 \end{pmatrix}.$$

Variedades Riemannianas

Dada $u : M \to \mathbb{R}$ semicontinua superiormente en una variedad Riemanniana M, u es q-convexa, si todo punto en M tiene un sistema local de coordenadas en donde el Hessiano $[Hu]$ tiene a lo más $q \geq 0$ eigenvalores estrictamente negativos en el sentido viscoso.

Esta definición esta bien hecha, pues la q-convexidad local es invariante bajo difeomorphismos.

Funciones semicontinuas super. en $\Omega \subset \mathbb{R}^n$

1) Una función $g \in \mathcal{SCS}(\Omega)$ es <u>localmente convexa</u> si y sólo si su Hessiano real satisface la desigualdad:

$$-[H^{\mathbb{R}} g] = -\left[\frac{\partial^2 g(x)}{\partial x_j \partial x_k}\right] \leq 0 \quad \text{en sentido viscoso en } \Omega.$$

2) $g \in \mathcal{SCS}(\Omega)$ es <u>subharmónica</u> si y sólo si su Laplaciano: $-\nabla^2 g = -\text{traza}[H^{\mathbb{R}} g] \leq 0$ en el sentido viscoso en Ω.

3) $g \in \mathcal{SCS}(\Omega)$ es q-<u>convexa</u> cuando $[H^{\mathbb{R}} g]$ tiene a lo más $q \geq 0$ eigenvalores estrictamente negativos en el sentido viscoso en Ω.

Funciones semicontinuas super. en $U \subset \mathbb{C}^n$

1) Una función $\psi \in \mathcal{SCS}(U)$ es plurisubharmónica si y sólo si su Hessiano complejo satisface la desigualdad:

$$-[H^{\mathbb{C}}\psi] = -\left[\frac{\partial^2\psi(z)}{\partial z_j \partial \overline{z_k}}\right] \leq 0 \quad \text{en sentido viscoso en } U.$$

2) $\psi \in \mathcal{SCS}(U)$ es subharmónica si y sólo si su Laplaciano: $-\nabla^2\psi = -4\,\mathrm{traza}[H^{\mathbb{C}}\psi] \leq 0$ en el sentido viscoso en U.

3) $\psi \in \mathcal{SCS}(U)$ es q-plurisubharmónica cuando $[H^{\mathbb{C}}\psi]$ tiene a lo más $q \geq 0$ eigenvalores estrictamente negativos en el sentido viscoso en U.

Conjuntos Stein en $\mathbb{C}$

Un conjunto abierto $U \subset \mathbb{C}^n$ es Stein:

- si y sólo si existe una función holomorfa $h \in \mathcal{O}(\Omega)$ que **no tiene** extensión holomorfa fuera de Ω.
- si y sólo si existe una función exhaustiva plurisubharmónica $\psi : U \to \mathbb{R}$ que diverge a $+\infty$ cuando $z \in U$ se acerca a ∂U.

Notas: Dada cualquier función holomorfa h, sus partes real $\Re(h)$ y compleja $\Im(h)$ son ambas plurisubharmónicas.

La intersección de conjutos Stein también es Stein.

Conjuntos Stein en $\mathbb{C}$

Dado un conjunto compacto $K \subset \mathbb{C}^n$, su envolvente polinómialmente convexa se define como:

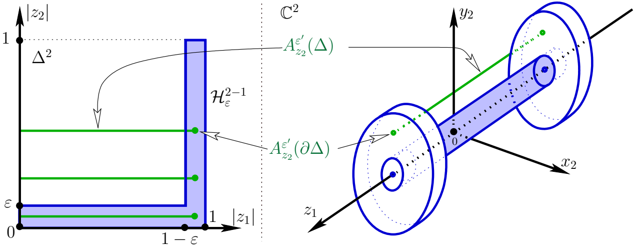
$$\widehat{K} = \big\{ z \in \mathbb{C}^n : |p(z)| \leq \|p\|_K, \ \forall \text{ polinomio } p \big\}.$$

Su envolvente holomórficamente convexa es:

$$\mathcal{H}(K) = \bigcap \big\{ U \subset \mathbb{C}^n : U \text{ vecindad Stein de } X \big\}.$$

Dados un abierto Stein $U \subset \mathbb{C}^2$ y un compacto $K \subset \complement U$ en el complemento, las diferencias $U \backslash \widehat{K}$ y $U \backslash \mathcal{H}(K)$ son abiertos Stein. Este resultado falla en $\mathbb{C}^n$ con $n \geq 3$.

La figura de Hartogs **no** es Stein



$$\Big(\{|z_1|<1\}\times\{|z_2|<\varepsilon\}\Big)\cup\Big(\{1-\varepsilon<|z_1|<1\}\times\{|z_2|<1\}\Big)$$

Propiedad del máximo local

Las funciones convexas, q-convexas, subharmónicas, plurisubharmónicas y q-plurisubharmónicas satisfacen la propiedad del máximo local cuando $0 \leq q < n$.

Definición. $F : \Omega \to [-\infty, \infty)$ tiene la propiedad del máximo local, si para cualquier bola compacta $\overline{B} \subset \Omega$, la restricción $F|_{\overline{B}}$ toma su máximo en la frontera ∂B.

Más aún, F tiene la propiedad del máximo local en $X = \Omega \cap \overline{X}$, si para toda bola compacta $\overline{B} \subset \Omega$, la restricción $F|_{X \cap \overline{B}}$ toma su máximo en $X \cap \partial B$.

Conjuntos q-maximales de Słodkowski

Definición. Dados $0 \leq q < n$ y un abierto $V \subset \mathbb{C}^n$, el conjunto $X = V \cap \overline{X}$ se dice q-maximal en V si y sólo si toda función q-plurisubharmónica $\psi : V \to \mathbb{R}$ tiene la propiedad del máximo local en X.

Teorema. $X = V \cap \overline{X}$ es q-maximal en el abierto V si y sólo si $-\mathrm{dist}^2(\cdot, X)$ es $(n-q-1)$-plurisubharmónica en V. Lo anterior si y sólo si la siguiente función característica es $(n-q-1)$-plurisubharmónica en V,

$$\chi(z) = \begin{cases} 0 & \text{si } z \in X; \\ -\infty & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

Conjuntos q-maximales de Słodkowski

Tome $0 \leq q < n$ y un compacto $K \subset \mathbb{C}^n$. El cerrado $\Pi \backslash K$ es q-maximal en el complemento $\complement K$ cuando:

a) $\Pi = \widehat{K}^q$ es la envoltura q-plurisubharmónica:

$$\widehat{K}^q = \left\{ z \in \mathbb{C}^n : \psi(z) \leq \max_K \psi, \ \psi \ q\text{-p.s.h. en } \mathbb{C}^n \right\}.$$

b) $\Pi = \mathcal{H}_q(K)$ es la intersección de todas las vecindades q-pseudoconvexas U_j de K en $\mathbb{C}^n$.

Conjuntos q-pseudoconvexos

Definición. Dado $0 \leq q < n$, un abierto $U \subset \mathbb{C}^n$ es q-pseudoconvexo si existe una función exhaustiva q-plurisubharmónica $\psi : U \to \mathbb{R}$ que diverge a $+\infty$ cuando $z \in U$ se acerca a ∂U.

La intersección de conjutos q-pseudoconvexos también es q-pseudoconvexo. Los conjutos 0-pseudoconvexos son precisamente los abiertos Stein.

Conjuntos q-pseudoconvexos

Teorema. Dados $0 \leq q \leq n-2$ y un abierto $V \subset \mathbb{C}^n$, el conjunto $X = V \cap \overline{X}$ es $(n-q-2)$-maximal en V si y sólo si $-\ln \operatorname{dist}(\cdot, X)$ es q-plurisubharmónica cerca de X en V. Id est, si y sólo si el abierto $V \backslash X$ es q-pseudoconvexo.

Obviamente, el caso más interesante es cuando $q = 0$.

Corolario. Si V es q-pseudoconvexo y K es un compacto en el complemento $\complement V$, entonces la diferencia $V \backslash \Pi$ es q-pseudoconvexa cuando Π es $\widehat{K}^{n-q-2}$ or $\mathcal{H}_{n-q-2}(K)$.

Conjecturas y problemas

Conjetura. Si $X \subset \mathbb{C}^n$ es un cerrado q-maximal, entonces X tiene un sistema de vecindades q-pseudoconvexas. Una afirmación más fuerte es que $\mathrm{dist}^2(\cdot, X)$ es q-plurisubharmónica en $\mathbb{C}^n$.

Como la función negativa $-\mathrm{dist}^2(\cdot, X)$ es $(n{-}q{-}1)$-p.s.h., su Hessiano complejo debe tener (en el sentido viscoso) $\leq n{-}q{-}1$ eigenvalores negativos, $\leq q$ eigenvalores positivos y al menos un eigenvalor cero.

Conjecturas y problemas

Definición. Dados $0 \leq q < 2n$ y un compacto $K \subset \mathbb{C}^n$, su envolvente q-convexa está dada por:

$$\breve{K}^q = \left\{ z \in \mathbb{C}^n : \psi(z) \leq \max_K \psi, \ \psi \ q\text{-convexa en } \mathbb{C}^n \right\}.$$

Pregunta. Si $V \subset \mathbb{C}^n$ es un abieto Stein y K es un compacto en el complemento $\complement V$,
¿para qué valor de q el abierto $V \setminus \breve{K}^q$ es Stein?

¡Gracias!

Dr. Eduardo S. Zeron
Depto. de Matemáticas, CINVESTAV del IPN
Email: eszeron@math.cinvestav.edu.mx

Colaboradores:

Dr. Thomas Pawlaschyk
Dept. Mathematics and Informatics
University of Wuppertal
pawlaschyk@math.uni-wuppertal.de