

Nuevos avances en el problema clásico de N cuerpos

Prof. Ezequiel Maderna*

Departamento de Matemática y Estadística, Facultad de Ingeniería, Universidad de la República, Uruguay.
Coloquio de Profesores del Departamento de Matemáticas del CINVESTAV.

El problema clásico, o Newtoniano, de N cuerpos surgió como un modelo matemático para la gravitación de los planetas de nuestro sistema solar. Rápidamente se convirtió en ejemplo paradigmático de sistema dinámico conservativo, al cual se han aplicado casi todas las teorías y también es responsable del origen de otras tantas. El pasaje del caso integrable (Kepler) al caso de tres o más cuerpos aporta una enorme complejidad a la dinámica, y en este contexto la mayoría de las preguntas elementales siguen sin responderse. Las ecuaciones del movimiento son las siguientes:

$$\ddot{r}_i = \sum_{j \neq i} \frac{m_i m_j}{\|r_j - r_i\|^3} (r_j - r_i)$$

donde r_i designa la posición del cuerpo i -ésimo en el espacio euclídeo en el cual evolucionan los cuerpos, y m_i su correspondiente masa.

Un tipo particular de evolución posible, es aquel en el cual los cuerpos terminan por distanciarse, la gravedad desvanecerse, y finalmente cada cuerpo termina aproximando un movimiento rectilíneo uniforme diferente. Este tipo de movimiento fue estudiado por Jean Chazy un siglo atrás, encontrando incluso un desarrollo asintótico muy preciso para la expansión cuando el tiempo crece indefinidamente. Generalizando el caso Kepleriano los llamó movimientos hiperbólicos. Una característica de estos movimientos es la presencia de una figura límite es decir, una configuración de los cuerpos $a = (a_1, \dots, a_N)$ tal que el movimiento real de los cuerpos $x(t) = (r_1(t), \dots, r_N(t))$ resulta ser asintótico a una curva de la forma $y(t) = ta + O(\log t)$ según Chazy.

En esta charla intentaré explicar, para no especialistas, como la combinación de métodos variacionales, geométricos, y de ecuaciones en derivadas parciales, nos permitieron a Venturelli (Univ. Avignon) y quien suscribe a obtener el siguiente resultado de existencia:

Teorema (M.– Venturelli, arXiv 2019) Dada una configuración cualquiera a sin colisiones y un valor positivo cualquiera $h > 0$, existe entonces, para cualquier posición inicial de los N -cuerpos, un movimiento de expansión hiperbólica, de energía h y con figura límite a .

*eze@fing.edu.uy